

Hinweis:

Dies ist ein Diskussionsbeitrag. Es handelt sich nicht um eine offizielle Stellungnahme der SPD oder einer ihrer Gliederungen

Nach PISA: Woher kommt der Mathe-Frust?

Welche Mathematik braucht unsere Schule ?

Zusammenfassung:

Anhand zweier Beispiele wird der Unterschied zwischen Mathematikaufgaben in Bayerischen Prüfungen und in den PISA-Studien erörtert. Im Vergleich zu PISA-Aufgaben sind bayrische Prüfungsaufgaben sehr abstrakt, voll von sonst ungebrauchlichen mathematischen Spezialbegriffen und fern jeglicher Lebenspraxis.

Folgende Thesen werden erörtert:

1. Die Inhalte der zentral gestellt Prüfungsaufgaben erzwingen einen in vielen Fällen unproduktiven, frustrierenden Mathematikunterricht
2. Mathematisch weniger begabte oder interessierte Jugendliche werden durch die hohe Bedeutung, die im bayrischen Schulsystem auf allen Ebenen dem Mathematikunterricht zukommt, in ihrer Entfaltung behindert.
3. Das Gewicht, das das Fach Mathematik im Schulunterricht einnimmt, steht in krassem Gegensatz zu den mathematischen Fähigkeiten der durchschnittlichen Bevölkerung und dem Ansehen des Faches in einem Großteil der Gesellschaft.
4. Mathematisch weniger begabte Jugendliche sollten nach Erreichen von mathematischen Basiskenntnissen diese anwenden und sicher beherrschen lernen und weiterführende Mathematik abwählen können
5. Da in Bayern zentral gestellte Prüfungsaufgaben üblich sind, könnte durch andere Inhalte der Prüfungsaufgaben verhältnismäßig effektiv ein anderer, brauchbarer und lebensnäherer Inhalt des Mathematikunterrichtes erreicht werden.
6. Weitergehende mathematische Fertigkeiten sollten in den entsprechenden Schulzweigen oder Leistungskursen angeboten und von den weiterführenden Einrichtungen (z.B. Betrieb, Uni) gefordert werden, wo dies angemessen ist.
7. Es sollten nicht nur "Experten", sondern auch z.B. Schüler- und Elternvertreter, bei der Formulierung von Unterrichtsinhalten und Standards beteiligt sein.

Nach PISA: Woher kommt der Mathe-Frust?

Welche Mathematik braucht unsere Schule ?

Dass die deutschen SchülerInnen in den PISA-Studien schlecht abschneiden, hat sich herumgesprochen. Jede Menge Vorschläge zur Verbesserung werden diskutiert und zum Teil umgesetzt - Bessere Betreuung ab dem Kindergartenalter, Hochschulstudium für KindergärtnerInnen, Ganztagschule, Gemeinschaftsschule, andere Lehrerbildung und und und

Merkwürdigerweis wird dabei kaum beachtet, welche **Inhalte** eigentlich in der Schule vermittelt werden, **wie** diese Inhalte in der schulischen Praxis vermittelt werden und wie sich die Inhalte in den verschiedenen OECD-Ländern gleichen oder unterscheiden.

Ich möchte im Folgenden am Beispiel des Faches Mathematik darlegen, wie verhängnisvoll die derzeitige Praxis des Mathematikunterrichtes wirken kann und wie m.E. Ansätze zur Verbesserung aussehen könnten.

Dazu ist es notwendig, sich mit den Inhalten zu befassen.

Zwei mathematische Aufgaben

bitte lesen Sie die folgenden Aufgaben sorgfältig durch und überlegen Sie, für welche Schulart (Haupt- Real- oder Gymnasium) und Altersstufe sie wohl geeignet sind :

Aufgabe 1

3.0 Das Drachenviereck ABCD mit AC als Symmetrieachse ist die Grundfläche der Pyramide ABCDS. Die Spitze S der Pyramide liegt senkrecht über dem Diagonalschnittpunkt M der Grundfläche und es gilt:
 $AC = 12 \text{ cm}$, $BD = 10 \text{ cm}$, $AM = 3 \text{ cm}$ und $MS = 7 \text{ cm}$.

3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei [AC] auf der Schrägbildachse liegen soll.

Für die Zeichnung: $q = \frac{1}{2}$, $\omega = 45^\circ$

Berechnen Sie sodann das Maß ε des Winkels SCA und die Länge der Strecke [SC] jeweils auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

[Teilergebnis: $\varepsilon = 37,87^\circ$]

3.2 Für die Punkte P_n auf [SC] gilt $\overline{SP_n} = x \text{ cm}$ und für die Punkte Q_n auf [BD] gilt $\overline{DQ_n} = x \text{ cm}$ mit $x < 10$ und $x \in \mathbb{R}^+$.

Die Punkte B, C und Q_n sind die Eckpunkte der Grundflächen von Pyramiden BCQ_nP_n mit den Spitzen P_n .

Zeichnen Sie die Pyramide BCQ_1P_1 für $x = 2$ und die zugehörige Höhe $[F_1P_1]$ mit F_1 auf [MC] in das Schrägbild zu 3.1 ein.

3.3 Berechnen Sie das Volumen $V(x)$ der Pyramiden BCQ_nP_n in Abhängigkeit von x . (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

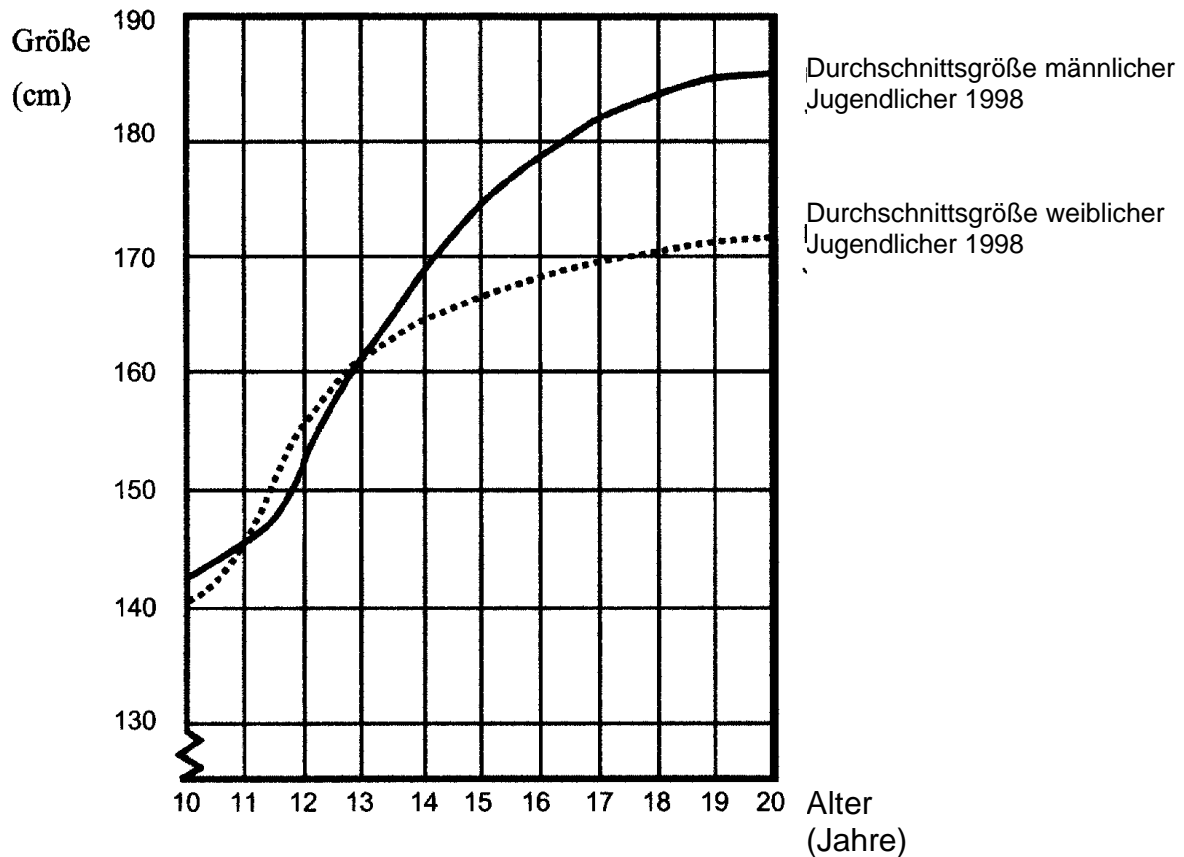
[Ergebnis: $V(x) = (0,92x^2 - 19,65x + 105,00) \text{ cm}^3$]

3.4 Das Volumen der Pyramide BCQ_2P_2 beträgt 30 % des Volumens der Pyramide ABCDS. Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

Aufgabe 2: "Grösser werden "

Jugendliche werden grösser

Für 1998 ist die durchschnittliche Körpergröße von männlichen und weiblichen Jugendlichen in den Niederlanden in folgendem Graphen dargestellt.



Frage 1: Grösser werden

Seit 1980 hat die Durchschnittsgröße 20-jähriger Frauen um 2,3 cm auf 170,6 cm zugenommen. Was war die Durchschnittsgröße einer 20-jährigen Frau im Jahr 1980?

Antwort: cm

Frage 2: Grösser werden

In welchem Lebensabschnitt sind laut Graphen weibliche Jugendliche durchschnittlich größer als ihre männlichen Altersgenossen?

.....
.....

Frage 3: Grösser werden

Erkläre, wie der Graph zeigt, dass die Wachstumsrate für Mädchen über 12 Jahre sich im Durchschnitt verlangsamt.

.....
.....

Antworten Sie bitte:

Haben Sie Aufgabe 1 verstanden ? Ja/Nein

Haben Sie Aufgabe 2 verstanden ? Ja/Nein

Welche Aufgabe ist Ihnen sympathischer ? (1) / (2)

Welche Aufgabe können Sie lösen? (1) / (2)

Für welche Schulart und Altersstufe ist Aufgabe 1 geeignet: Art:..... Alter:

Für welche Schulart und Altersstufe ist Aufgabe 2 geeignet: Art:..... Alter:

Ich wette mindestens 10:1, dass Sie trotz meiner Aufforderung die erste Aufgabe allenfalls grob überflogen haben und sich mit Grausen abgewandt haben - es sei denn, Sie sind Mathematiker o.ä.

Woher stammen die Aufgaben ?

Die erste Aufgabe ist eine vom Bayrischen Kultusministerium zentral gestellte Abschlussprüfungsaufgabe für Realschüler (ca. 16 Jahre) im künstlerisch-musischen Zweig. (im Jahr 2001 - B 3. Aufgabe)

Die 2. Aufgabe ist der zweiten Pisa Studie 2003 entnommen (für 15-Jährige)

Es lohnt sich, beide Aufgaben zu studieren und festzustellen, welche Fähigkeiten zur Lösung erforderlich sind.

Aufgabe 1 erfordert zunächst jede Menge mathematischer Fachbegriffe (die außer Mathematikern kaum jemand gebraucht) z.B. "Drachenviereck", "Symmetrieachse", "Diagonalschnittpunkt", Groß- und Kleinbuchstaben, mit und ohne Überstrich, griechische Buchstaben usw.

Sodann wird verlangt, dass man die Angaben in ein Schrägbild umsetzen und die beschriebene Pyramide darstellen kann, Winkel berechnet, dann die Pyramiden in zweifacher Weise in Abhängigkeit von einer Variablen verändert und das Volumen als Funktion dieser Variablen in einer Formel darstellt. Für die letzte Teilaufgabe benötigt man Kenntnisse über Prozentrechnung und das Lösen einer quadratischen Gleichung.

(Wenn Sie mathematisch nicht versiert sind, haben Sie vermutlich nur Bahnhof verstanden.)

Die PISA-Aufgabe kommt mit Begriffen der alltäglichen Sprache aus. Gefordert wird die Interpretation eines graphisch veranschaulichten Sachverhaltes.

Rechentechisch sind die Anforderungen minimal (Subtraktion in Frage 1 und je nach Lösungsweg evtl. Division in Frage 3). Erforderlich ist aber die Erfassung der Fragen und das Verständnis von graphischen Darstellungen. Charakteristisch für PISA-Aufgaben ist auch, dass ganz verschiedene Lösungswege zum Ziel führen.

Obwohl die zweite Aufgabe wesentlich weniger anspruchsvoll ist, bin ich überzeugt, dass viele deutsche Schüler Probleme damit haben, weil diese Art von Fragestellung für sie ungewohnt ist.

Anzumerken ist noch, dass jedenfalls die erste Aufgabe mit den Interessen und Erfahrungen eines durchschnittlichen Jugendlichen nichts zu tun hat und daher von vielen als "doof" empfunden wird.

Folgen des "doofen" Inhaltes von Mathematikaufgaben

Die zentral vorgegebenen "doofen" (d.h. für Jugendliche uninteressanten), aber schwierigen Aufgaben haben m.E. verheerende Folgen für den gesamten Mathematikunterricht.

Zwei Jahre Drill

Damit Aufgaben in dieser Art in der Abschlussprüfung bewältigt werden können, werden in den letzten beiden Schuljahren im wesentlichen ähnliche Aufgaben gelernt und geübt. Für den Unterricht hat das folgenden Effekt: ein Teil der SchülerInnen (geschätzt ca. 20 % d.h. 4 bis 6 aus einer Klasse) kapiert's ziemlich schnell und langweilt sich dann 1 1/2 Jahre lang. Dem Rest fällt es schwer (insbesondere wenn man bedenkt, dass mathematisch weniger Begabte den mathematisch-naturwissenschaftlichen Zweig eher abwählen und in den sprachlichen oder künstlerisch-gestaltenden Zweig ausweichen). In einer solchen Situation ist der/die Mathematik-lehrerIn nicht zu beneiden. Aktiv am Unterricht beteiligen sich in erster Linie diejenigen, die's schon wissen. Den weniger Begabten möchte der/die LehrerIn helfen und übt und übt... mit völlig unmotivierbaren SchülerInnen an praxisfernen, uninteressanten aber raffinierten und schwierigen Aufgaben und wenn die Lehrkraft auch nach vielen Berufsjahren noch nicht aufgegeben hat, schafft sie es sogar, den SchülerInnen kurzfristig einige Rezepte an die Hand zu geben, mit denen sie - mehr mechanisch als verstehend - einige Aufgabenteile lösen können und irgendwie die Prüfung überstehen. Zuhause oder im Nachhilfeunterricht geht der Stress weiter: Man kauft im Buchhandel die Sammlung der Prüfungsaufgaben mit Musterlösungen der letzten fünf Jahre und kann davon ausgehen, dass so ähnliche Aufgaben wieder drankommen. Kein Wunder, dass 14 Tage nach der Prüfung so gut wie kein mathematisches Können mehr vorhanden ist. Übrig bleibt nur eine Gewissheit: "Nie wieder Mathematik "

Fazit: Der **Inhalt** der zentral verordneten Mathematik - Abschlussprüfungsaufgaben steuert den Inhalt und in weiten Teilen auch den Lehrstil und die Methoden des Mathematikunterrichtes und natürlich auch der Lehrbücher. Gegen solche Prüfungsaufgaben ist jeder Ansatz von Reformen zum Scheitern verurteilt.

Im Umkehrschluss gilt aber auch: würden zentral andere Prüfungsaufgaben gestellt, hätte man ziemlich schnell auch einen anderen Mathematikunterricht und andere Lehrbücher.

Begabung, Interesse und Schulerfolg

Fachleute mögen genauer studieren, wie wichtig Begabung und Interesse für einen Schulerfolg im Fach Mathematik ist und ob -und falls ja, in welchem Ausmaß - geringere Begabung ausgleichbar ist.

Ich gehe einmal von folgenden Annahmen aus:

Es gibt Jugendliche, die an mathematischen Fragestellungen mehr interessiert und dafür begabt sind, und solche mit weniger Interesse und Begabung (d.h. nicht alle sind gleich begabt und interessiert) - ebenso wie es z.B. Begabungen und Interesse

Anmerkungen zum Mathematikunterricht an Bayrischen Schulen

für Musik oder Schauspielerei, Malen oder Werken, Sprachen oder Technik, Geschichte oder Religion in unterschiedlichen Ausprägungen gibt.

Für den schulischen Erfolg ist eine schwache Begabung für mathematische Fähigkeiten ein schweres Hindernis - von der Grundschule bis zum Abitur. Mathematik hat für die Schullaufbahn überragendes Gewicht, das m.E. keineswegs gerechtfertigt ist, wie ich unten erläutere.

Man stelle sich - als Gedankenexperiment - einmal vor, aus irgendwelchen kulturhistorischen Gründen würde in der Schule mit der Bedeutung, die unserem Mathematikunterricht entspricht, das Fach "Tanzen" unterrichtet und gefordert. Ohne ausreichend Fähigkeit in Tanzen keine Versetzung, kein Übertritt an's Gymnasium, kein Abitur, kein Studium! Wie viele "erfolgreiche" Abiturienten würden dann alt aussehen ? Wie viele "gescheiterte" Schüler wären besser zurecht gekommen ? (Statt "Tanzen" können Sie auch ein anderes Fach nehmen, das für einige Leute wichtig ist, z.B. Fußball oder Schauspiel, Juristerei oder Boxen, Buchhaltung oder Klavierspielen)

Mathematik in Schule und Gesellschaft

Ich kenne kein Schulfach, bei dem die Anforderung in der Schule einerseits und das verbreitete Wissen und die Anerkennung in der Gesellschaft andererseits derartig auseinanderklaffen wie in Mathematik. (Alte Sprachen sind auch umstritten, aber die muss kein Schüler zwangsweise lernen).

Sie können auf jeder Party punkten, wenn Sie sich zu Ihrer schlechten Mathenote bekennen. Bei Günther Jauch werden so gut wie keine Fragen aus der Mathematik gestellt. Gesellschaftlich ist Mathematik nahezu tabu. Falls Sie zu jenen Exoten gehören, die sich gerne mit Mathematik befassen, behalten Sie das für sich und outen sich allenfalls im geschützten Raum unter Gleichgesinnten.

Altbundeskanzler Schmidt bekommt viel Zustimmung, wenn er gesteht, das er (als gelernter Nationalökonom !) seine Stromrechnung nicht versteht. Helmut Kohl erklärt nach 15 Jahren, das er sich bei den Kosten der Einheit verschätzt hat. Friedrich Mertz präsentiert seine Bierdeckel-Steuerreform und verrechnet sich vor laufender Kamera, Stoiber und Merkel erfinden eine Gesundheitsprämie, die nie und nimmer ausreicht, und können darauf vertrauen, dass kaum jemand den Schwindel nachrechnet. Dabei wären die vier Grundrechenarten plus Prozentrechnung vollkommen ausreichend, um diese Beispiele rechentechnisch zu bewältigen. Dass viele Journalisten offenbar nicht zwischen Millionen und Milliarden unterscheiden können, rundet das Bild ab.

Die öffentlich zur Schau gestellte mathematische Inkompetenz steht in krassem Gegensatz zu den Lippenbekenntnissen, dass unser deutscher Wohlstand angeblich auf unseren mathematisch-naturwissenschaftlich technischen und organisatorischen Fähigkeiten beruhen soll.

Doch welchen Beitrag leistet hierzu die Mathematik - und insbesondere die in der Schulmathematik gelernten Inhalte wirklich ?

Welche Inhalte ? Für wen ?

Als Physiker und Professor für theoretische Elektrotechnik bin ich natürlich froh, wenn die Studierenden in der Schule solide und umfangreiche mathematische Kenntnisse erworben haben, auf denen ich aufbauen kann und die zum Teil für die theoretische Elektrotechnik unentbehrlich sind. Und ich weiß, dass viele Fortschritte in der Physik nur mit Fortschritten in der Mathematik erreicht wurden und werden.

Dennoch muss man nüchtern feststellen, dass die Zahl der Menschen, die höhere Mathematik (z.B. Integralrechnung, komplizierte Statistik, numerische Verfahren, o.ä.) wirklich brauchen und anwenden, ziemlich überschaubar ist. Im Berufsalltag benötigen sogar die meisten Ingenieure m.E. nicht sehr viel mehr als die Grundrechenarten, Prozentrechnung und einige wenige darüber hinausgehende mathematischen Kenntnisse.

Statt der Fähigkeiten, die z.B. oben in Aufgabe 1 gebraucht werden, wäre es m.E. für die Schule und das Leben in einer technisch geprägten Umgebung wesentlich wichtiger, einfache Rechenoperationen zu beherrschen und auf naheliegende Situationen anwenden zu können.

Genau in diese Richtung zielen auch die PISA-Fragen. Die Hauptaufgabe besteht darin, aus dem Kontext die Fragestellung zu erfassen und evtl. in eine mathematisch berechenbare Form zu bringen. Zudem muss das Ergebnis interpretiert werden können. Die eigentliche Rechenarbeit tritt dagegen stark in den Hintergrund.

Meine Utopie

Wenn jemand die Absicht haben sollte, die in den Schulen vermittelte mathematischen Fähigkeiten zu verbessern, dann sollte er m.E. über Folgendes nachdenken :

Die Inhalte des Mathematik - Pflichtunterrichtes sollten gründlich entrümpelt und überarbeitet werden.

Tendenz: Vermittlung mathematischer Grundfertigkeiten, etwa bis Bruchrechnen, Dezimalzahlen einschließlich der Prozentrechnung, die im Alltag weit verbreitet ist. Dazu einfache Geometrie (einfache Flächen und Volumenberechnungen, Maßstäbe) und Vergleichsrechnungen - vom Supermarkt bis zu Angebotsvergleichen (z.B. Mobilfunktarife, Autokauf mit Rabatten und Raten.). Wichtig wären mir auch Größenordnungs- und Abschätzungsaufgaben und graphische Darstellungen. Nicht missen möchte ich auch eine solide Vorstellung vom Begriff "Wahrscheinlichkeit" (das muss nicht gleich in komplizierte Wahrscheinlichkeitsberechnungen ausarten !).

Alle Schritte müssen stets von "Textaufgaben" aus dem Alltagsleben begleitet sein. Aufgaben, zu denen sich keine Textaufgabe finden lässt, gehören nicht zum Pflichtkanon und sollten entfallen oder dem musischen Teil zugeordnet werden. (s.u.) (z.B. komplizierte Bruchrechnungen, komplizierte algebraische Umstellungen, Beweise ...). Im Gymnasium darf es auch etwas weitergehend sein.

Ich würde auch die Fachsprache der Mathematiker weit zurückdrängen, weil sie für die Mehrzahl der SchülerInnen mehr hindert als nützt.

Anmerkungen zum Mathematikunterricht an Bayrischen Schulen

Um mathematische Begabungen zu entdecken und zu fördern sollten ergänzende mathematische Fragen in getrennten Lehreinheiten eher spielerisch angeboten werden, aber nicht zum weiterkommen oder sitzen bleiben mitzählen. (Am Anfang beispielsweise Mengenlehre, Dualsystem, Kongruenzsätze von Dreiecken, raffiniertere Umformungen etc.).

SchülerInnen, die daran Gefallen finden, sollten irgendwie belohnt und ermuntert werden, vertiefende Angebote zu wählen. Diese Mathematik sollte - zumindest in höheren Jahrgangsstufen - (ab-)wählbar sein. Hier kann man dann auch behutsam die mathematische Fachsprache einführen und Aufgaben wie unter (1) stellen. Dieser Unterricht könnte mit einer Art "Mathematikum" abschließen, das im Gymnasium etwa zwischen dem Niveau eines heutigen Mathe-Grund- und eines Leistungskurses liegt und die Fähigkeit für Problemaufbereitung (Fragen vom PISA-Typ) einschließt.

Konsequenterweise müssen dann allerdings die Hochschulen bei entsprechenden Fächern das "Mathematikum" als Eingangsvoraussetzung fordern dürfen (wie heute in einigen Fächern das Latinum).

Handlungsoptionen

Leider ist zu erwarten, dass die "Reform" in eine ganz andere Richtung geht: Noch mehr Pflichtmathematik, noch mehr Zwang, noch mehr Frust.

Aktuell sehe ich die Gefahr, dass jetzt die Mathematiker versucht sind, die von den PISA-Studien verlangten Fähigkeiten der Problemerkennung und Interpretation noch zusätzlich zu dem bestehenden Stoff vermitteln zu wollen. Das wird nie und nimmer funktionieren, weil die demotivierende Praxisferne nicht aufgebrochen wird und die Barriere der Fachsprache aufrechterhalten bleibt.

Deshalb wäre es wichtig, an den Stellen, die heute den Inhalt des Mathematikunterrichtes steuern, anzusetzen und beispielsweise durch PISA-ähnliche Aufgabenstellungen für die zentralen Abschlussprüfungen die Anforderungen mehr an praktische Erfordernisse (und offenbar internationale Gepflogenheiten) anzupassen.

Das kann nur erreicht werden, wenn die Kommissionen, die diese Aufgaben stellen, entsprechende Vorgaben bekommen und wenn neben Mathematiklehrern auch andere Personen mitwirken (z.B. Schüler- und Elternvertreter).

Schön wäre es, wenn auch die Lehrpläne und Bücher entsprechend reformiert würden.

Ceterum Censeo eine ähnliche Kritik könnte man auch für andere Schulfächer aufstellen !!!

PS: Wer kann mir helfen und Prüfungsaufgaben aus anderen Ländern (z.B. England, Frankreich, USA o.ä. zur Verfügung stellen ?

c.schnapper@t-online.de